

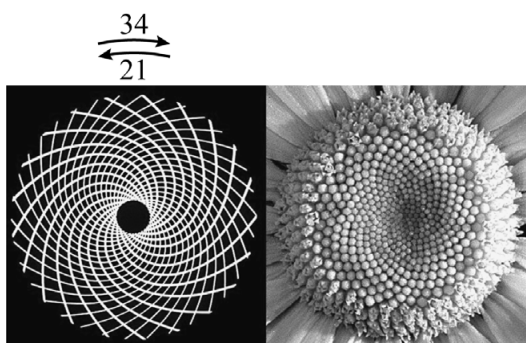
Zonnebloemen

Als je goed naar een zonnebloem kijkt, dan kun je zien dat de pitten geordend zijn in spiralen. Er zijn spiralen die linksom draaien en spiralen die rechtsom draaien.

In figuur 1 en foto 1 zie je bijvoorbeeld een zonnebloem met 21 linksom draaiende en 34 rechtsom draaiende spiralen. De getallen 21 en 34 zijn opvallend, omdat het twee opeenvolgende getallen uit de rij van Fibonacci zijn.

figuur 1

foto 1

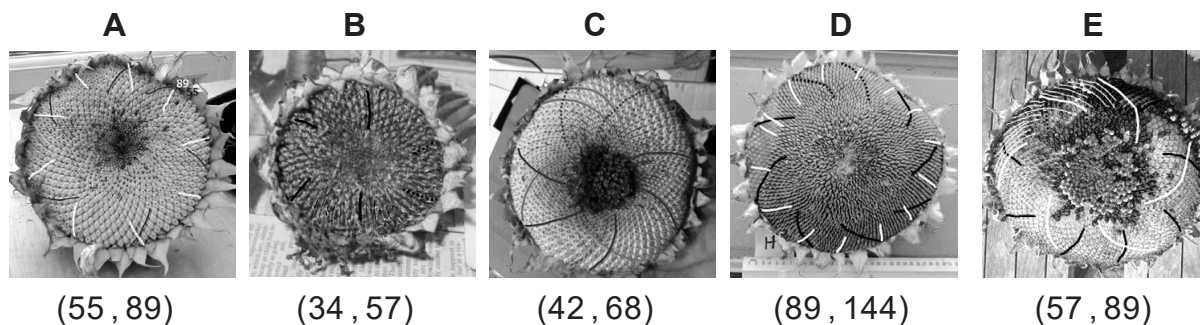


In deze opgave bedoelen we met een **spiralenpaar** het aantal linksom draaiende en het aantal rechtsom draaiende spiralen in een specifieke zonnebloem. We noteren deze spiralenparen steeds tussen haakjes met het kleinste aantal eerst. Het spiralenpaar uit foto 1 wordt dus genoteerd als (21, 34).

Met een **fibonacci-spiralenpaar** bedoelen we dat het spiralenpaar uit twee opeenvolgende getallen uit de rij van Fibonacci bestaat. Het spiralenpaar uit foto 1 is dus een fibonacci-spiralenpaar.

Een recursieve formule van de rij van Fibonacci is $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ met $F_0 = F_1 = 1$.

Hieronder staan nog vijf andere foto's van zonnebloemen uit het onderzoek, met de bijbehorende spiralenparen.



- 2p 22 Onderzoek op welke van deze foto's zonnebloemen staan afgebeeld met een fibonacci-spiralenpaar.

In 2012 werd er door het Manchester Museum of Science and Industry een onderzoek gestart naar de aanwezigheid van fibonacci-spiralenparen in zonnebloemen. Voor het onderzoek waren veel zonnebloemen nodig en daarom konden geïnteresseerde mensen zelf zonnebloemen kweken, het aantal spiralen tellen en de gegevens insturen.

De onderzoekers leverden gegevens van 768 zonnebloemen aan en het publiek van 1281 zonnebloemen. Hiervan bleek afgerond respectievelijk 74% en 64% van de zonnebloemen een fibonacci-spiralenpaar te hebben.

- 3p **23** Bereken hoeveel procent van het totaal aantal onderzochte zonnebloemen een fibonacci-spiralenpaar had. Geef je antwoord in gehelen.

Niet alle zonnebloemen blijken dus fibonacci-spiralenparen te hebben. Toch is er bij de andere spiralenparen vaak wel iets bijzonders aan de hand, waardoor de andere zonnebloemen ook kunnen worden ingedeeld in zogeheten families.

De zonnebloem van foto 2 heeft het spiralenpaar (29, 47) en behoort tot een andere familie dan de zonnebloemen met fibonacci-spiralenparen. Bij de familie van deze bloem zijn de spiralenparen twee opeenvolgende getallen uit een andere rij. Deze rij is wel vergelijkbaar met de rij van Fibonacci, want ook voor deze rij geldt dat elke term de som is van de twee voorafgaande termen.

foto 2



(29, 47)

Van de familie van zonnebloemen uit foto 2 is het kleinste aantal spiralen 11 en het grootste aantal spiralen 123.

- 3p **24** Geef alle mogelijke spiralenparen uit deze familie. Licht je antwoord toe.

Bronvermelding

Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift.